Prof. Dr. Alfred Toth

Zu einer Strukturtheorie semiotischer Zahlen

1. Bekanntlich sind die Peanozahlen innerhalb der polykontexturalen Logik ungültig, es sei denn, ein polykontexturales System werde, z.B. durch Aufhebung der Faserung eines topologischen Raumes, auf ein monokontexturales abgebildet bzw. rückabgebildet (vgl. Kronthaler 1986, S. 93). Stattdessen hatte Günther (1979, S. 240 ff.) ein System von Strukturzahlen eingeführt mit den Substrukturen der Proto-, Deutero- und Tritozahlen, deren Motivation und qualitativ-mathematische Grundlagen man am besten bei Kronthaler (1986, S. 14 ff.) nachliest. Nun ist die bereits von Kronthaler (1992) anvisierte "Hochzeit von Semiotik und Struktur", d.h. die Abbildung der Semiotik auf die polykontexturale Logik und die Mathematik der Qualitäten, alles andere als simpel, und zwar deshalb, weil es streng genommen gar keine Zeichen auf der von der Polykontexturalitätstheorie vorausgesetzten Kenogramm-Ebene geben kann, denn Kenogramme (Kenos) sind nichts anderes als Leerstellen, die mit logischen, mathematischen oder semiotischen Werte belegt werden können. Solange also ein Keno einfach eine Leerstruktur, oder besser gesagt: eine strukturierte Leere von bestimmter Länge, d.h. Qualität, ist, ist die Dichotomie von Zeichen und Objekt, die ja wie alle Dichotomien der zweiwertigen, monokontexturalen aristotelischen Logik verpflichtet ist, aufgehoben. Somit liegt also die Keno-Ebene unterhalb der Logik, der Mathematik und der Semiotik. Methodisch bedeutet dies für eine "Hochzeit" von Semiotik und Polykontexturalitätstheorie also, daß wir nur an "eingeschriebenen", d.h. durch semiotische Werte belegten, Kenogrammen und ihren Kombinationen, den sog. Morphogrammen, interessiert sein können. Eine weitgehend vollständige formale Beschreibung unbelegter Morphogrammstrukturen liegt seit längerer Zeit in dem grundlegenden Werk von R. Kaehr und Th. Mahler (1993) vor.

2. Doch nicht nur die Abbildung der Semiotik auf die Polykontexturalitätstheorie ist also äußerst schwierig, sondern eine zusätzliche enorme Schwierigkeit liegt darin, daß man die Peircesche Semiotik nicht tale quale auf die

Polykontexturalitätstheorie abbilden kann, denn die Peircesche Semiotik ist, wie übrigens alle anderen Wissenschaften auch, durch und durch monokontextural, d.h. ihre Grundlagen ebenso wie ihre Ergebnisse sind durch das Prokrustesbett der drei logischen Grundgesetze, d.h. den Satz der Identität, den Satz des Ausgeschlossenen Dritten und den Satz der Verbotenen Widerspruchs, gebunden. In Sonderheit sind es die folgenden die Peircesche Semiotik limitierenden "Axiome", die vor der Abbildung der Semiotik auf die Polykontexturalitätstheorie aufgehoben werden müssen:

1. Das "Axiom" der Konstanz der triadischen Werte

Wir verstehen darunter die Konstanz der drei triadischen Werte in der Peirceschen Zeichenstruktur

ZR = ((3.a), (2.b), (1.c)),

worin also (3.), (2.), (1.) die Konstanten und die a, b, c ∈ {1, 2, 3} die Variablen der trichotomischen Werte sind. Nach Aufhebung dieses Limitationsaxioms haben wir also

ZR = ((a.b), (c.d), (e.f)).

2. Das "Axiom" der Triadizität der Zeichenrelation

Nach Peirce können alle n-adischen Relationen auf triadische abgebildet werden (vgl. z.B. Marty 1980). Obwohl dieses "Axiom" klarerweise falsch ist (vgl. z.B. Toth 2007, S. 173 ff.), hat es sich bis heute gehalten. Nach seiner Aufhebung bekommen wir also

ZR = ((a.b), (c.d), (e.f), ..., (n.m)) mit n, m ∈ ℕ.

3. Das "Axiom" der Trichotomizität

Wie man z.B. bei Walther (1979, S. 56 ff.) en détail nachlesen kann, unterstellt Peirce die Existenz "gebrochener" und im Zuge damit "gemischter" Kategorien, deren formale Seite durch die trichotomische "Unterteilung" der triadischen (Haupt-)Bezüge geleistet wird. Allerdings sind triadische Kategorisierung und trichotomische Subkategorisierung funktional geschieden, denn die letztere wird durch ein weiteres Limitationsgesetz eingeschränkt, das in der Ausgangsstruktur (3.a 2.b 1.c) die Werte-Ordnung $c > b > a$ ausschließt, d.h. "erlaubt" sind in funktionaler Abhängigkeit von den triadischen Werten lediglich die trichotomischen Werte der Ordnung $a \leq b \leq c$. Hebt man also das "Axiom" der Trichotomizität (und damit automatisch die Limiationsbeschränkung für trichotomische Ordnungen) auf, erhält man

$ZR = (1, 2, 3, ...) \in \mathbb{N}$

und d.h. $ZR \subset \mathbb{N}$.

3. Damit haben wir die Semiotik zwar erst auf die natürlichen und nicht bereits auf die strukturellen Zahlen zurückgeführt, sie damit jedoch keineswegs aufgehoben, denn nichts hindert uns daran, z.B.

$1 = M, 2 = O, 3 = I$

zu setzen. Was wir also erreicht haben, sind Zeichenrelationen als Teilmengen der natürlichen Zahlen (dies war sogar die ursprüngliche Intention Benses, vgl. Bense 1975, S. 168 ff.), die wir als numerische Stellvertreter für semiotische Kategorien setzen können, also genauso wie es Bense unter der Gültigkeit aller von uns aufgehobenen semiotischen "Axiome" bei der Einführung der "Primzeichen" (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.) getan hatte. Wir brauchen also ferner auch nicht auf die für Zeichen gegenüber gewöhnlichen Relationen typisch metarelationalen Strukturen zu verzichten, denn z.B. können wir statt

(1, 2, 3)

weiterhin

(1, (1, 2, (1, 2, 3))

schreiben (vgl. Toth 2012a). Wegen der Aufhebung des Triadizitäts-"Axioms" gibt es nun allerdings Zeichenrelationen, die über mehr als ein M, O und I verfügen. Dennoch können wir, wie es z.B. in Toth (2012b) getan wurde, selbst die triadische Grundstruktur unangetastet belassen und zur triadischen Struktur hinzutretende semiotische Werte als Interpretantenfelder einführen, d.h. z.B. anstatt

(1, 1, 2, 3, 4, 5, ...)

von Strukturen der Form

((1, 2, 3), 4), 5) ...),

in der also nicht 3, sondern auch 4 und 5 als Interprentenbezüge festgelegt sind, ausgehen. Die letztere Möglichkeit der Beibehaltung der triadischen Grundstruktur der Zeichen hat sogar mehr Vorteile als Nachteile, denn dadurch entsteht eine Isomorphie zwischen der triadischen Semiotik und der 3-wertigen, d.h. elementaren polykontexturalen Logik (vgl. Toth 2012c). Ferner kann in diesem Fall die Emergenz zusätzlicher semiotischer Werte in Übereinstimmung mit der Benseschen Semiotik mittels der Entstehung von Zeichenhierarchien durch die Operation der iterativen Superisation (vgl. Bense/Walther 1973, S. 45) erklärt werden, die ja auf dem kontinuierlichen Austausch von Mittelrepertoires der Stufe n mit Interpretantenfeldern der Stufe (n+1) basiert. Sollte schließlich jemand befürchten, daß hierdurch das aufgehobene Tradizitäts-"Axiom" quasi durch die Hintertür wieder in die Semiotik eingeschleust wird, könnte man sogar sämtliche Interpretantenbezüge aus der triadischen Kernfunktion ausklammern, d.h. von (M, O) statt von (M, O, I) ausgehen, zumal der drittheitlich fungierende Interpretant ja ein Zeichen im Zeichen darstellt und daher einen Kontexturwechsel bewirkt (vgl. Toth 2012d). Bekanntlich hatte ja bereits Ditterich (1990) korrekterweise festgestellt, daß nur die dyadische Partialrelation, d.h. der Objektbezug der vollständigen triadischen Zeichenrelation, dem logischen Identitätssatz genügt, nicht aber die Kontextuierung der Objektrelation in der Interpretantenrelation, denn Kontextabhängigies ist nicht selbstidentisch.

4. Wenn wir uns also darauf einigen, daß die Transformation der monokontexturalen triadischen Semiotik in eine polykontexturale n-adische Semiotik durch

$[ZR^3 = (M, O, I)] \dashrightarrow [ZR^n = (\ldots (M^1, O^1, I^1), I^2), I^3), \ldots, I^n)]$

oder kürzer, wenn wir das Symbol σ_ι für die Operation der iterativen Selektion (vgl. Bense/Walther 1973, S. 45) einführen, durch

$[ZR^n = [(M, O, I), \sigma_\iota]$

bewerkstelligt werden soll, erhalten wir folgende Abbildungen von Kenostrukturen (d.h. Morphogrammen) auf Zeichen (also Wertbelegungen der Kenostrukturen)

4.1.1. für die Proto-/Deutero-Struktur der 3-wertigen Logik

(aaa) → (MMM)

(abb) → (MOO)

(abc) → (MOI),

wobei aus der sog. Keno-Äquivalenz (vgl. Kronthaler 1986, S. 26 ff.) die Äquivalenz von (MMM) ≈ (OOO) ≈ (III) usw. folgt (so auch für alle folgenden Fälle).

4.1.2. für die Trito-Struktur der 3-wertigen Logik

(aaa) → (MMM)

(aab) → (MMO)

(aba) → (MOM)

(abb) → (MOO)

(abc) → (MOI).

Man erkennt hier also auch anhand der durch die Abbildungen erzeugten polykontexturalen Zeichen den von der jeweiligen Proto- zu Deutero- und Trito-Struktur anwachsendne Strukturreichtum.

4.2.1. für die Proto-Struktur der 4-wertigen Logik

(aaaa) → (MMMM)

(abbb) → (MOOO)

(abcc) → (MOI^1I^1)

(abcd) → (MOI^1I^2)

Da wir oben festgestellt hatten, daß die triadische Semiotik mit der 3-wertigen polykontexturalen Logik korrespondiert, tritt also ein 4. Wert erwartungsgemäß in der 4-wertigen Logik auf, mit der also die polykontexturale Logik im eigentlichen Sinne erst anfängt.

4.2.2. für die Deutero-Struktur der 4-wertigen Logik

(aaaa) → (MMMM)

(abbb) → (MOOO)

(aabb) → (MMOO)

(abcc) → (MOI^1I^1)

(abcd) → (MOI^1I^2)

und

4.2.3. für die Trito-Struktur der 4-wertigen Logik

als der eigentlichen Ausgangsbasis für eine polykontexturale Semiotik

(aaaa) → (MMMM)

(aaab) → (MMMO)

(aaba) → (MMOM)

(aabb) → (MMOO)

(aabc) → ($MMOI^1$)

(abaa) → (MOMM)

(abab) → (MOMO)

(abac) → ($MOMI^1$)

(abba) → (MOOM)

(abbb) → (MOOO)

(abbc) → $(MOOI^1)$

(abca) → (MOI^1M)

(abcb) → (MOI^1O)

(abcc) → (MOI^1I^1)

(abcd) → (MOI^1I^2).

Da die triadische Zeichenrelation, die (I^1) enthält, mit der elementaren 3-wertigen polykontexturalen Logik und also I^1 mit dem logischen Ich-Subjekt korrespondiert, ergeben sich als mögliche Interpretationen für I^1, I^2, I^3 weitere logische Funktionen wie Du, Er, Wir, ..., wobei nach der Auffassung der Polykontexturalitätstheorie ja jedem von n Subjekten eine zweiwertige Logik innerhalb des ganzen distribuierten Verbundsystems, das erst die polykontexturale Logik definiert, entspricht, so daß also z.B. Zeichen, die von verschiedenen Zeichenbenutzern interpretiert werden, nur monokontextural zusammenfallen.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Ditterich, Joseph, Selbstreferentielle Modellierungen. Klagenfurt 1990

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bde. 1-3. Hamburg 1976-1980

Kaehr, Rudolf/Mahler, Thomas, Morphogrammatik. Klagenfurt 1993

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Kronthaler, Engelbert, Zeichen – Zahl – Begriff. In: Semiosis 65-68, 1992, S. 282-302

Marty, Robert, Sur la réduction triadique. In: Semiosis 17/18, 1980, S. 5-9

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Arithmetische Folgen für subjektive ontisch-semiotische Systeme mit Rändern. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, n-adische Zeichenrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Die Erweiterung der Erkenntnistiefe des semiotischen Objekts. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Toth, Alfred, Akkretive und iterative semiotische Systeme. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012d

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

28.4.2012